

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ТГПУ)**



**ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ДПП.05.2 ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ**

Направление: **050200.62 Физико-математическое образование**

Профессионально-образовательный профиль: **Математика**

Степень (квалификация) выпускника – бакалавр физико-математического образования

## 1. Цели и задачи дисциплины

1.1. Учебная дисциплина «Практикум по решению задач по геометрии» относится к циклу специальных дисциплин и изучается студентами на базе школьного курса математики. На старших курсах данная дисциплина предназначена для того, чтобы обобщить знания, полученные в курсе элементарной математики.

Цель курса – подготовка студентов к обучению и воспитанию учащихся средней школы.

Данный курс отражает содержание математического образования как в обычных классах, так и в профильных.

Современное содержание математического образования предполагает усиление деятельностной направленности образования, что означает определение результатов обучения не столько в объектно-знаниевой, сколько в деятельностной форме (решать те или иные задачи, анализировать те или иные соотношения и закономерности, самостоятельно находить информацию, сравнивать те или иные объекты и т. д.).

### 1.2. Задачи курса:

- познакомить студентов с современными подходами конструирования содержания математического образования;
- обобщить и закрепить знания, полученные в курсе элементарной математики;
- усовершенствовать способность к самообразованию, осуществлять учебную диагностику, проводить анализ и самоанализ педагогической деятельности;
- сформировать у студентов умение критически относиться к различным подходам к образованию, научить анализировать учебную литературу.

### 1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо для изучения данного курса.

Данный курс базируется на применении методов, изучаемых в курсах: «Математическая логика», «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ», «Числовые системы», «Элементарная математика».

## 2. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Главной целью данного курса является подготовка студентов к преподаванию математики в условиях средней школы.

В соответствии с этой целью перед обучаемыми ставятся следующие задачи:

- овладеть теоретическими основами выбора содержания школьного математического образования в том числе и для классов с углубленным изучением математики;
- овладеть методами и формами работы в средней школе.

## 3. Объем дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы                         | Всего часов | Семестры |       |
|--------------------------------------------|-------------|----------|-------|
|                                            |             | 7        | 8     |
| Общая трудоемкость дисциплины              | 150         | 50       | 100   |
| Аудиторные занятия                         | 126         | 42       | 84    |
| Лекции                                     |             |          |       |
| Практические занятия (ПЗ)                  | 126         | 42       | 84    |
| Семинары (С)                               |             |          |       |
| Лабораторные работы (ЛР)                   |             |          |       |
| И (или) другие виды занятий                |             |          |       |
| Самостоятельная работа                     | 24          | 8        | 16    |
| Курсовой проект (работа)                   |             |          |       |
| Расчетно-графические работы                |             |          |       |
| Реферат                                    |             |          |       |
| И (или) другие виды самостоятельной работы |             |          |       |
| Вид итогового контроля (зачет, экзамен)    |             | зачет    | зачет |

#### 4. Содержание дисциплины

##### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (Тематический план)

| № п/п | Раздел дисциплины                                                                                                         | Лекции | Практические занятия или семинары | Самостоятельная работа |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------|------------------------|
| 1     | Задачи на построение с помощью циркуля и линейки                                                                          |        | 6                                 | 2                      |
| 2     | Движение, виды                                                                                                            |        | 2                                 | 2                      |
| 3     | Решение треугольников                                                                                                     |        | 6                                 |                        |
| 4     | Четырехугольники                                                                                                          |        | 4                                 |                        |
| 5     | Окружность, сектор, сегмент                                                                                               |        | 4                                 |                        |
| 6     | Векторы в школьном курсе математики                                                                                       |        | 4                                 | 2                      |
| 7     | Координатный метод решения задач                                                                                          |        | 2                                 |                        |
| 8     | Параллельные прямые и секущая                                                                                             |        | 4                                 |                        |
| 9     | Подобие плоских фигур                                                                                                     |        | 2                                 | 1                      |
| 10    | Решение задач на пересечение плоских фигур                                                                                |        | 4                                 |                        |
| 11    | Решение задач ГИА                                                                                                         |        | 4                                 | 1                      |
| 12    | Параллельность прямой и плоскости                                                                                         |        | 4                                 | 2                      |
| 13    | Перпендикулярность прямой и плоскости                                                                                     |        | 4                                 | 2                      |
| 14    | Многогранники                                                                                                             |        | 4                                 | 2                      |
| 15    | Векторы в пространстве                                                                                                    |        | 4                                 | 2                      |
| 16    | Метод координат в пространстве. Уравнение плоскости. Расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости, между прямыми. |        | 12                                | 2                      |
| 17    | Тела вращения. Площади поверхностей и объемы пространственных фигур                                                       |        | 20                                | 4                      |
| 18    | Построение сечений пространственных фигур                                                                                 |        | 6                                 | 2                      |
| 19    | Решение задач ЕГЭ                                                                                                         |        | 30                                |                        |

##### 4.2. Содержание разделов дисциплины

###### 1. Задачи на построение с помощью циркуля и линейки.

Построение перпендикуляра к отрезку, деление отрезка на  $n$  равных частей, построение угла, равного данному, построение треугольника по заданным элементам (по 3 сторонам, стороне и двум углам, трем сторонам и т. д.). Построение правильных многоугольников.

###### 2. Движение, виды.

Параллельный перенос, симметрия, вращение, композиция движений. Задачи.

###### 3. Решение треугольников.

Прямоугольный треугольник. Соотношения. Основные теоремы. Решение задач. Произвольный треугольник. Теоремы синусов, косинусов, площадь, периметр. Задачи.

###### 4. Четырехугольники.

Виды (параллелограмм, трапеция, ромб, выпуклые четырехугольники). Свойства. Основные теоремы. Площади. Периметр. Задачи.

###### 5. Окружность. Сектор. Сегмент.

Основные определения. Вписанные и описанные углы, их связь с дугой окружности. Основные теоремы о соотношениях хор и дуг. Длина и площадь окружности. Площадь сектора, площадь сегмента.

###### 6. Векторы в школьном курсе математики.

Понятие вектора. Вектор в координатах. Действия над векторами. Скалярное и векторное произведения. Применение векторов к решению задач по геометрии.

*7. Координатный метод решения задач.*

Нахождение площадей фигур с помощью координатного метода, уравнение прямой и расстояние от точки до прямой, расстояние между двумя прямыми. Уравнения параллельных и взаимно перпендикулярных прямых.

*8. Параллельные прямые и секущая.*

Признаки параллельности прямых (соответственные, внутренние и внешние накрест лежащие, односторонние углы), решение задач.

*9. Подобие плоских фигур.*

Определение подобия. Признаки подобия треугольников. Высоты и площади подобных фигур. Подобие многоугольников. Решение задач.

*10. Решение задач на пересечение плоских фигур.*

Задачи повышенной трудности на соотношения различных фигур (треугольник и окружность, многоугольник и окружность, два треугольника и т. д.)

*11. Решение задач ГИА.*

Решение вариантов заданий для подготовки к итоговой аттестации на все темы курса геометрии

*12. Параллельность прямой и плоскости*

Параллельные прямые в пространстве. Параллельность трех прямых. Параллельность прямой и плоскости. Основные определения и теоремы.

*13. Перпендикулярность прямой и плоскости.*

Основные определения и теоремы. Угол между прямой и плоскостью. Скрещивающиеся прямые. Задачи.

*14. Многогранники.*

Виды многогранников: призма, пирамида, правильные многогранники, усеченная пирамида. Площади поверхности. Объемы.

*15. Векторы в пространстве.*

Понятие вектора. Равенство, действия над векторами. Понятие нормального вектора. Коллинеарные и компланарные векторы. Векторы в задачах.

*16. Метод координат в пространстве.*

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Площади сечений пространственных фигур.

*17. Тела вращения*

Шар, цилиндр, конус. Основные определения. Площадь полной и боковой поверхностей. Объем. Уравнение сферы. Взаимное расположение сферы и плоскости. Касательная плоскость. Задачи.

*18. Построение сечений пространственных фигур.*

Методы построения сечений плоскостью пространственных фигур: метод следов.

*19. Решение задач ЕГЭ*

## **5. Лабораторный практикум**

Не предусмотрен.

## **6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **6.1. Рекомендуемая литература**

#### *а) основная литература*

1. Геометрия. 10-11 классы : учебник для общеобразовательных учреждений : базовый и профильный уровни / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2011. – 255 с.
2. Геометрия. 7-9 классы : учебник для общеобразовательных учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2011. – 383 с.
3. Погорелов, А. В. Геометрия. 7-9 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2011. – 223 с.
4. Погорелов, А. В. Геометрия. 10-11 классы : базовый и профильный уровни : учебник для общеобразовательных учреждений / А.В. Погорелов. – М.: Просвещение, 2011. – 174 с.
5. Смирнова, И. М. Геометрические задачи с практическим содержанием : сборник / И. Смирнова, В. Смирнов. – М.: Чистые пруды, 2010. – 31 с.

#### *б) дополнительная литература*

1. Болтянский, В. Г. Лекции и задачи по элементарной математике : учебное пособие для подготовительных отделений вузов / В.Г. Болтянский, Ю.В. Сидоров, М.И. Шабунин. – М.: Наука, 1974. – 575 с.
2. Пойа, Д. Как решать задачи / Д.Пойа. – М.: Учпедгиз, 1961.
3. Пойа, Д. Математика и правдоподобные рассуждения. / Д.Пойа. – М.: Наука, 1975.
4. Яглом, И. М. Геометрические преобразования: Линейные и круговые преобразования / И.М. Яглом – Москва: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 611 с.

### **6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины**

Рабочие программы, методические указания, разработки, пособия, хранящиеся на кафедре математики, теории и методики обучения математике ТГПУ.

## **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Не предусмотрено.

## **8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

### *8.1. Методические рекомендации преподавателю.*

Дисциплина основывается на школьных базовый знаниях студентов. Назначение – углубленное изучение дисциплины, расширение круга задач, решение олимпиадных задач, задач повышенного уровня сложности. При освоении разделов дисциплины необходимо сочетание различных форм деятельности. Сюда входит: изучение теоретического материала, выполнение индивидуальных заданий, самостоятельная работа с рекомендуемой литературой. Следует на практических занятиях использовать различные формы изучения материала.

Содержание занятий должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

- изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;
- логичность, четкость и ясность в изложении материала;
- возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;
- тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Практические занятия проводятся по всем вопросам (темам, разделам) учебной программы. Главная и определяющая особенность любого практического занятия – наличие элементов дискуссии, проблемности, диалога между преподавателем и студентами и самими студентами.

### *8.2. Методические рекомендации для студентов:*

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры для более прочного усвоения учебного материала, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнять индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении зачета.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя, является глубокое понимание и усвоение курса, подготовка к выполнению контрольных работ, к сдаче зачета.

### *8.3. Перечень контрольных вопросов и заданий*

#### *Самостоятельные работы:*

Реферат (доклад) на тему: «Основные теоремы плоской геометрии»; «Теорема о трех косинусах и ее применение к решению задач», «Теорема о трех синусах и ее применение к решению задач», «Теорема Чевы» и др.

Реферат (доклад) на тему: «Методы построения сечений пространственных фигур», «Задачи ГИА, их классификация», «Методика подготовки к ГИА по геометрии», «Классификация задач ЕГЭ», «Методика подготовки к решению задач на площадь в ЕГЭ» «Применение алгебраических методов к решению геометрических задач» и т.д.

#### *Перечень вопросов и заданий к зачету*

#### *7 семестр*

1. Докажите, что дуги окружности, заключенные между параллельными хордами, равны.
2. Докажите, что в прямоугольном треугольнике, медиана к гипотенузе равна половине гипотенузы. Докажите обратное утверждение.
3. В прямоугольном треугольнике ABC на гипотенузу AB опущена высота CD. Докажите, что имеют место равенства  $CD^2 = AD \cdot DB$ ,  $BC^2 = BA \cdot BD$ ,  $AC^2 = AB \cdot AD$ .
4. Докажите, что сумма внешних углов в любом выпуклом четырехугольнике равна  $360^\circ$ .
6. Докажите, что отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанного около этого треугольника окружности.
7. Докажите, что четырехугольник с вершинами в серединах сторон данного четырехугольника является параллелограммом.
8. В треугольнике ABC проведена высота BK, O – центр, описанной около этого треугольника окружности. Докажите, что угол OBC равен углу KBA.
9. В трапеции проведены диагонали. Докажите, что: а) площади треугольников, прилежащих к боковым сторонам равны. б) если диагонали четырехугольника делят его на 4 треугольника, таких, что два противоположных равновелики, то стороны этого четырехугольника, не принадлежащие двум указанным треугольникам, параллельны.
10. Докажите, что в треугольнике расстояние от вершины до точки пересечения высот в 2 раза больше, чем от центра описанной окружности до противоположной стороны.

11. Докажите, что биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположную сторону треугольника на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.
12. Докажите, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма, равна сумме квадратов всех его сторон.
13. Стороны треугольника равны  $a, b, c$ , а медиана к стороне равна  $m_a$ . Докажите, что 
$$m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}; \quad m_b = \frac{\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}}{2}, \quad m_a = \frac{\sqrt{2c^2 + 2b^2 - a^2}}{2}$$
14. Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведение сторон, заключающих равные углы.
15. Докажите, что площадь описанного многоугольника равна  $pr$ , где  $p$  – его полупериметр, а  $r$  – радиус вписанной окружности.
16. Пусть  $a$  и  $b$  – катеты, а  $c$  – гипотенуза прямоугольного треугольника. Докажите, что диаметр окружности, вписанной в этот треугольник равен  $a + b - c$ .
17. Луч  $BA$  не лежит в плоскости не развернутого угла  $CBD$ . Докажите, что если угол  $ABC =$  углу  $ABD$ , причем угол  $ABC$  меньше  $90^\circ$ , то проекцией луча  $BA$  на плоскость  $CBD$  является биссектриса угла  $CBD$ .
18. Докажите, что у правильного треугольника радиус вписанной окружности в 2 раза меньше радиуса описанной окружности.
19. Докажите, что у подобных треугольников периметры относятся как соответствующие элементы треугольника (стороны, высоты, периметры).
20. Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.
21. Докажите, что если диагонали трапеции перпендикулярны, то площадь трапеции равна квадрату высоты.
22. Прямая  $AM$  – касательная к окружности, а  $B$  – хорда к этой окружности. Докажите, что угол  $MAV$  измеряется половиной дуги  $AB$ , расположенной внутри угла  $MAV$ .
23. Докажите, что произведение отрезков секущей окружности равно квадрату отрезка касательной, проведенной из той же точки,  $AC \cdot BC = CD^2$ .
24. Докажите, что середины сторон пространственного четырехугольника являются вершинами параллелограмма.
25. Если в равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны, то ее площадь равна половине квадрата ее диагонали.
26. Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника.
27. Три медианы в треугольнике делят его на шесть равновеликих треугольников.
28. Прямая, параллельная стороне треугольника, отсекает от него треугольник, подобный данному.
29. Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении  $2:1$ , считая от вершины.
30. Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис треугольника.
31. Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.
32. Если в четырехугольнике вписана окружность, то суммы противоположных сторон четырехугольника равны. Верно и обратное утверждение.
33. Если около четырехугольника описана окружность, то суммы противоположных углов четырехугольника равны  $180^\circ$  градусам.
34. Докажите, что середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.
35. Теорема Птолемея:  $mn = ac + bd$ , где  $mn$  – длины диагоналей четырехугольника, а  $a, c$  и  $b, d$  – длины пар противоположных сторон.
36. Биссектриса угла параллелограмма отсекает равнобедренный треугольник.

### 8 семестр

1. Все плоские углы тетраэдра  $OABC$  при вершине  $O$  прямые. Докажите, что квадрат площади треугольника  $ABC$  равен сумме квадратов площадей остальных граней. (Пространственная теорема Пифагора).

2. Докажите, что площадь сферы равна площади полной поверхности конуса, высота которого равна диаметру сферы, а диаметр основания равен образующей конуса.

3. Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость равна произведению его площади на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекции.

4. Докажите, что площадь боковой поверхности наклонной призмы равна произведению периметра перпендикулярного сечения на боковое ребро. (перпендикулярным сечением наклонной призмы называют ее сечение плоскостью, перпендикулярной к боковым ребрам и пересекающей их).

5. Двугранные углы при основании пирамиды равны. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание; б) высоты всех боковых граней, проведенные из вершины пирамиды равны; в) площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины.

6. В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра пирамиды составляют равные углы с плоскостью основания.

7. Докажите, что площадь полной поверхности куба равна  $2d^2$ , где  $d$  - диагональ куба.

8. Основанием наклонного параллелепипеда является ромб. Боковое ребро  $CC_1$  составляет равные углы со сторонами основания  $CD$  и  $CB$ . Докажите, что: а)  $CC_1$  перпендикулярно  $BD$ ; б)  $BB_1D_1D$  - прямоугольник; в) плоскости  $AA_1C_1$  и  $BB_1D_1$  - взаимно перпендикулярны.

9. Две секущие плоскости перпендикулярны к оси конуса. Докажите, что площади сечения конуса этими плоскостями относятся как квадраты расстояний от вершины конуса до этих плоскостей.

10. Докажите, что объем наклонной призмы равен произведению бокового ребра на площадь сечения призмы плоскостью, перпендикулярной к боковым ребрам и пересекающей их.

11. Докажите, что объем описанного многогранника вычисляется по формуле:  $V = 1/3rS$ , где  $r$  - радиус вписанного шара,  $S$  - площадь полной поверхности многогранника.

12. Докажите, что объем треугольной призмы равен половине произведения площади боковой грани на расстояние от этой грани до параллельного ей ребра.

13. Пусть  $a$  и  $b$  - длины двух противоположных ребер треугольной пирамиды,  $d$  - расстояние между ними,  $\varphi$  - угол между ними. Докажите, что объем пирамиды вычисляется по формуле  $V = 1/6abd \sin \varphi$ .

14. Докажите, что если одна из граней вписанной в цилиндр треугольной призмы проходит через ось цилиндра, то две другие грани взаимно перпендикулярны. (призма называется вписанной в цилиндр, если ее основания вписаны в основания цилиндра.)

15. Докажите, что если в правильную призму можно вписать сферу, то центром сферы является середина отрезка, соединяющего центры оснований этой призмы.

16. Докажите, что центр сферы, вписанной в правильную пирамиду, лежит на высоте этой пирамиды.

17. Докажите, что если в правильную усеченную четырехугольную пирамиду можно вписать сферу, то апофема пирамиды равна полусумме сторон оснований ее боковой грани.

18. Докажите, что центр сферы, описанной около: а) правильной призмы лежит в середине отрезка, соединяющего центры оснований этой призмы; б) правильной пирамиды, лежит на высоте этой пирамиды или ее продолжении.

19. Докажите, что: а) около любого тетраэдра можно описать сферу; б) в любой тетраэдр можно вписать сферу.

Программа составлена в соответствии с Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению **050200.62 Физико-математическое образование**, профессионально-образовательный профиль: **Математика**.

Программу составил:

Кандидат педагогических наук,

доцент кафедры математики,

теории и методики обучения математике  В.Н. Ксенева

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике, протокол № 1 от «30» августа 2013 г.

Зав. кафедрой  Э.Г. Гельфман

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета, протокол № 1 от «30» августа 2013 г.

Председатель методической комиссии  
физико-математического факультета

 З.А. Скрипко